

Corrección de mediciones de magnetómetro mediante el ajuste a una elipsoide

Ignacio Brittez

UIDET SENyT

FI - UNLP

ibrittez3@alu.ing.unlp.edu.ar

Francisco A. Nuñez

UIDET SENyT

FI - UNLP

francisco.nunez@ing.unlp.edu.ar

Elián Hanisch

UIDET SENyT

FI - UNLP

elian.hanisch@ing.unlp.edu.ar

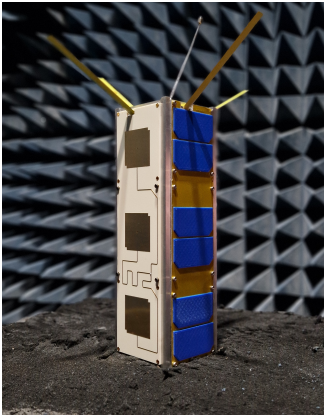
Agosto 2025

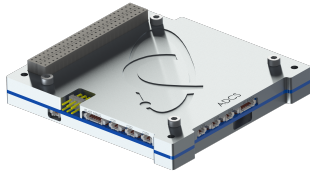


- 1 Introducción
- 2 Descripción del método
- 3 Validación de calidad de los datos
- 4 Resultados

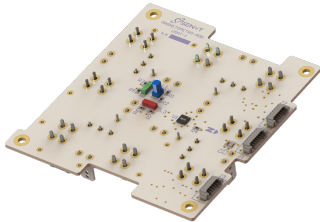
- 1 Introducción
- 2 Descripción del método
- 3 Validación de calidad de los datos
- 4 Resultados

- USAT-1: primer satélite desarrollado en la UNLP [1].

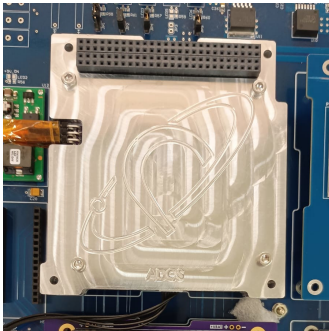




- USAT-1: primer satélite desarrollado en la UNLP [1].
- ADCS: controla la orientación del satélite utilizando giróscopos, magnetorquer, CSS y magnetómetros [2].



- USAT-1: primer satélite desarrollado en la UNLP [1].
- ADCS: controla la orientación del satélite utilizando giróscopos, magnetorquer, CSS y magnetómetros [2].
- Magnetómetros:
 - Principal: RM3100 magneto-inductivo, montado en un módulo independiente.



- USAT-1: primer satélite desarrollado en la UNLP [1].
- ADCS: controla la orientación del satélite utilizando giróscopos, magnetorquer, CSS y magnetómetros [2].
- Magnetómetros:
 - Principal: **RM3100** magneto-inductivo, montado en un módulo independiente.
 - Secundario: **MMC5983** magneto-resistivo, montado dentro del módulo principal.

Problema: Las mediciones de los magnetómetros están afectadas por:

- Sesgos estáticos en cada eje.
- Errores en los factores de escala y alineación.
- Perturbaciones generadas por la electrónica del satélite.

Problema: Las mediciones de los magnetómetros están afectadas por:

- Sesgos estáticos en cada eje.
- Errores en los factores de escala y alineación.
- Perturbaciones generadas por la electrónica del satélite.

Ensayo de recolección de datos para calibración:

- Sensor montado sobre su placa de evaluación.
- Rotación controlada del magnetómetro alrededor de un punto afectado por el campo magnético terrestre.
- Registro de muestras cada 10 ms durante aproximadamente 10 s.

- 1 Introducción
- 2 Descripción del método
- 3 Validación de calidad de los datos
- 4 Resultados

Modelo general

$$\tilde{\mathbf{h}} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{h} + \mathbf{b}$$

Modelo general

$$\tilde{\mathbf{h}} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{h} + \mathbf{b}$$

- $\tilde{\mathbf{h}}$: vector de mediciones crudas.

Modelo general

$$\tilde{\mathbf{h}} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{h} + \mathbf{b}$$

- $\tilde{\mathbf{h}}$: vector de mediciones crudas.
- \mathbf{h} : medición ideal.

Modelo general

$$\tilde{\mathbf{h}} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{h} + \mathbf{b}$$

- $\tilde{\mathbf{h}}$: vector de mediciones crudas.
- \mathbf{h} : medición ideal.
- \mathbf{K} : matriz de escala y alineación.

Modelo general

$$\tilde{\mathbf{h}} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{h} + \mathbf{b}$$

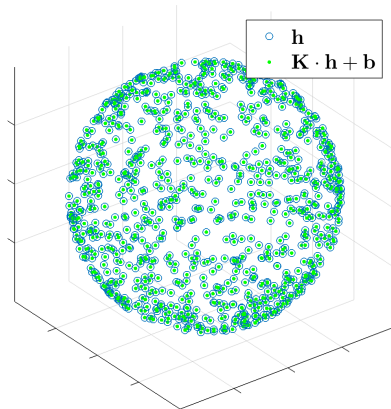
- $\tilde{\mathbf{h}}$: vector de mediciones crudas.
- \mathbf{h} : medición ideal.
- \mathbf{K} : matriz de escala y alineación.
- \mathbf{b} : vector de sesgo.

Matriz de escala:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1.0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix}$$

Vector de sesgo:

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix}$$

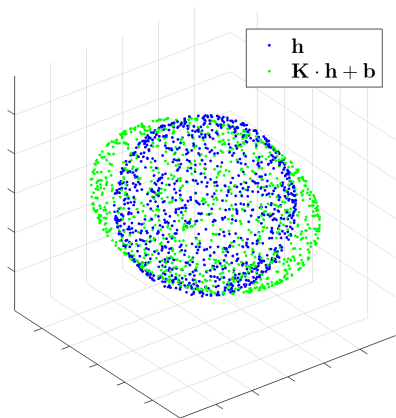


Matriz de escala:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1.1 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.8 \end{bmatrix}$$

Vector de sesgo:

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix}$$

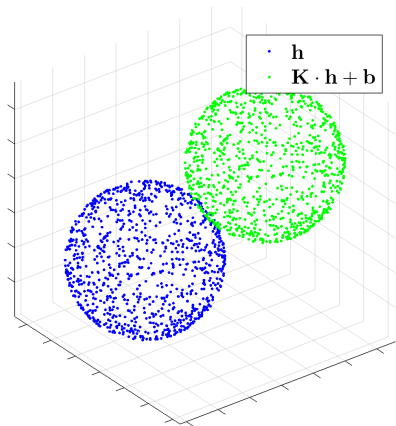


Matriz de escala:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1.0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix}$$

Vector de sesgo:

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1.2 \\ -0.9 \\ 1.4 \end{bmatrix}$$

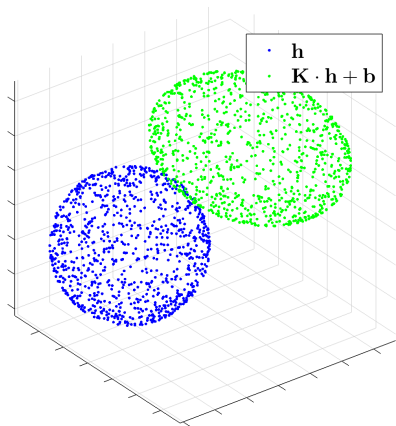


Matriz de escala:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1.1 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.8 \end{bmatrix}$$

Vector de sesgo:

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1.2 \\ -0.9 \\ 1.4 \end{bmatrix}$$



Modelo calibrado

$$\mathbf{h} = \mathbf{K}_c \cdot \tilde{\mathbf{h}} + \mathbf{b}_c$$

- \mathbf{K}_c : matriz de calibración (escala y alineación).
- \mathbf{b}_c : vector de calibración del sesgo.

Relación de transformación

$$\begin{cases} \mathbf{K} = \mathbf{K}_c^{-1} \\ \mathbf{b} = -\mathbf{K}_c^{-1} \cdot \mathbf{b}_c \end{cases}$$

Campo magnético constante

$$\mathbf{h}^T \cdot \mathbf{h} = H_0^2$$

- H_0 : magnitud del campo magnético.

Campo magnético constante

$$\mathbf{h}^T \cdot \mathbf{h} = H_0^2$$

- H_0 : magnitud del campo magnético.

Reemplazando \mathbf{h} por la expresión calibrada:

$$\left(\mathbf{K}_c \cdot \tilde{\mathbf{h}} + \mathbf{b}_c \right)^T \cdot \left(\mathbf{K}_c \cdot \tilde{\mathbf{h}} + \mathbf{b}_c \right) - H_0^2 = 0$$

Campo magnético constante

$$\mathbf{h}^T \cdot \mathbf{h} = H_0^2$$

- H_0 : magnitud del campo magnético.

Reemplazando \mathbf{h} por la expresión calibrada:

$$\left(\mathbf{K}_c \cdot \tilde{\mathbf{h}} + \mathbf{b}_c \right)^T \cdot \left(\mathbf{K}_c \cdot \tilde{\mathbf{h}} + \mathbf{b}_c \right) - H_0^2 = 0$$

Expandiendo en términos de $\tilde{\mathbf{h}} = [x \ y \ z]^T$:

Campo magnético constante

$$\mathbf{h}^T \cdot \mathbf{h} = H_0^2$$

- H_0 : magnitud del campo magnético.

Reemplazando \mathbf{h} por la expresión calibrada:

$$\left(\mathbf{K}_c \cdot \tilde{\mathbf{h}} + \mathbf{b}_c \right)^T \cdot \left(\mathbf{K}_c \cdot \tilde{\mathbf{h}} + \mathbf{b}_c \right) - H_0^2 = 0$$

Expandiendo en términos de $\tilde{\mathbf{h}} = [x \ y \ z]^T$:

$$x^2 + Ay^2 + Bz^2 + Cxy + Dxz + Eyz + Fx + Gy + Hz + I = 0$$

Campo magnético constante

$$\mathbf{h}^T \cdot \mathbf{h} = H_0^2$$

- H_0 : magnitud del campo magnético.

Reemplazando \mathbf{h} por la expresión calibrada:

$$\left(\mathbf{K}_c \cdot \tilde{\mathbf{h}} + \mathbf{b}_c \right)^T \cdot \left(\mathbf{K}_c \cdot \tilde{\mathbf{h}} + \mathbf{b}_c \right) - H_0^2 = 0$$

Expandiendo en términos de $\tilde{\mathbf{h}} = [x \ y \ z]^T$:

$$x^2 + Ay^2 + Bz^2 + \cancel{Cxy} + \cancel{Dxz} + \cancel{Eyz} + Fx + Gy + Hz + I = 0$$

Dado que el conjunto de datos se aproxima a una esfera, se descartan los términos de rotación, obteniendo:

Modelo de elipsoide a ajustar

$$Ay^2 + Bz^2 + Fx + Gy + Hz + I = -x^2$$

Modelo de elipsoide a ajustar

$$Ay^2 + Bz^2 + Fx + Gy + Hz + I = -x^2$$

Modelo de elipsoide a ajustar

$$Ay^2 + Bz^2 + Fx + Gy + Hz + I = -x^2$$

Este modelo, puede reescribirse de la siguiente manera:

$$\tilde{\mathbf{h}}^T \cdot \mathbf{M} \cdot \tilde{\mathbf{h}} + \mathbf{N} \cdot \tilde{\mathbf{h}} + I = 0$$

Modelo de elipsoide a ajustar

$$Ay^2 + Bz^2 + Fx + Gy + Hz + I = -x^2$$

Este modelo, puede reescribirse de la siguiente manera:

$$\tilde{\mathbf{h}}^T \cdot \mathbf{M} \cdot \tilde{\mathbf{h}} + \mathbf{N} \cdot \tilde{\mathbf{h}} + I = 0$$

Definiciones

$$\begin{cases} \mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & B \end{bmatrix} \\ \mathbf{N} = [F \quad G \quad H] \end{cases}$$

Siguiendo el método de [3], se construye la matriz de radio y se estima la magnitud del campo.

Matriz de radio

$$\mathbf{R} = \sqrt{(\mathbf{N} \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{N}^T - I) \cdot \mathbf{M}^{-1}}$$

Siguiendo el método de [3], se construye la matriz de radio y se estima la magnitud del campo.

Matriz de radio

$$\mathbf{R} = \sqrt{(\mathbf{N} \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{N}^T - \mathbf{I}) \cdot \mathbf{M}^{-1}} = \begin{bmatrix} R_x & 0 & 0 \\ 0 & R_y & 0 \\ 0 & 0 & R_z \end{bmatrix}$$

Siguiendo el método de [3], se construye la matriz de radio y se estima la magnitud del campo.

Matriz de radio

$$\mathbf{R} = \sqrt{(\mathbf{N} \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{N}^T - \mathbf{I}) \cdot \mathbf{M}^{-1}} = \begin{bmatrix} R_x & 0 & 0 \\ 0 & R_y & 0 \\ 0 & 0 & R_z \end{bmatrix}$$

Magnitud estimada

$$H_0 = \frac{R_x + R_y + R_z}{3}$$

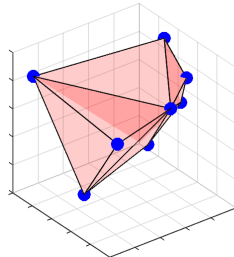
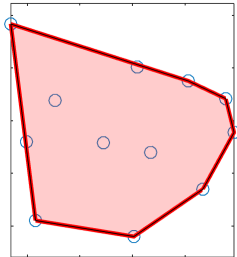
Parámetros de calibración

$$\begin{cases} \mathbf{K}_c = \frac{\sqrt{\mathbf{M}} \cdot H_0}{\sqrt{(\mathbf{N} \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{N}^T) - I}} \\ \mathbf{b}_c = \mathbf{K}_c \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{N} \end{cases}$$

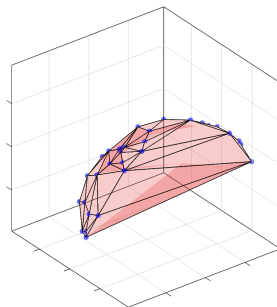
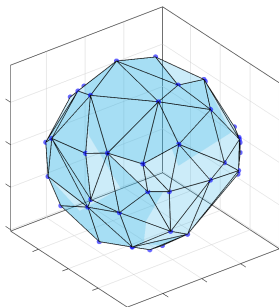
- 1 Introducción
- 2 Descripción del método
- 3 Validación de calidad de los datos
- 4 Resultados

Definición simple

Dado un conjunto de puntos $\mathcal{P} = \{p_i\}$ en \mathbb{R}^3 , la **envolvente convexa** $\text{conv}(\mathcal{P})$ es el *menor conjunto convexo* que contiene a todos los p_i . De forma intuitiva, es como una banda elástica estirada que encierra a todo el conjunto de puntos.



- La forma y el volumen de la envolvente convexa dependen de cómo estén distribuidos los puntos en el espacio.
- Una buena cobertura genera un volumen cercano al ideal.

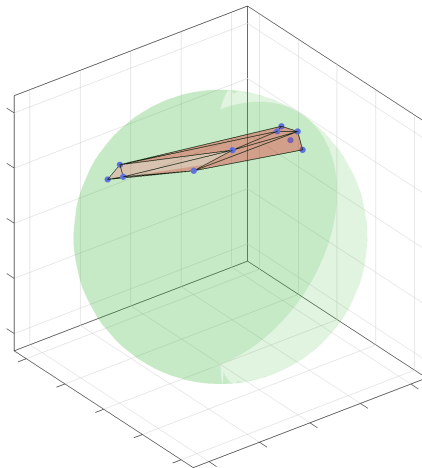


- Se calculó el volumen de la envolvente convexa de las mediciones calibradas \mathbf{h} mediante el algoritmo *Quickhull* [4].
- Ese volumen se comparó con el de una esfera de radio H_0 .

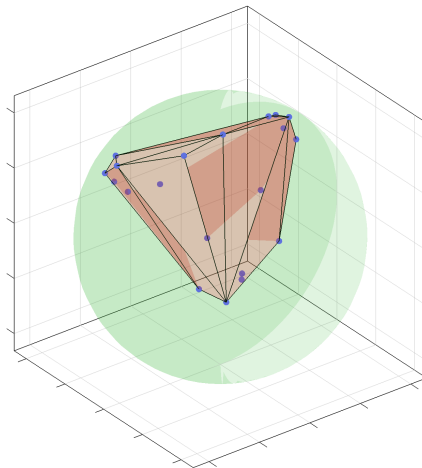
Índice de cobertura

- Relación entre volumen medido y volumen ideal.
- A mayor similitud, mejor distribución de las muestras.

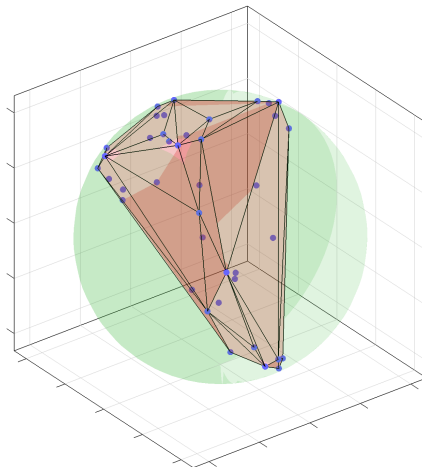
Factor de cobertura: 0.023



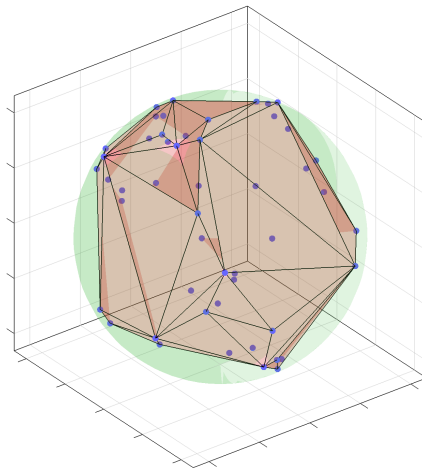
Factor de cobertura: 0.149



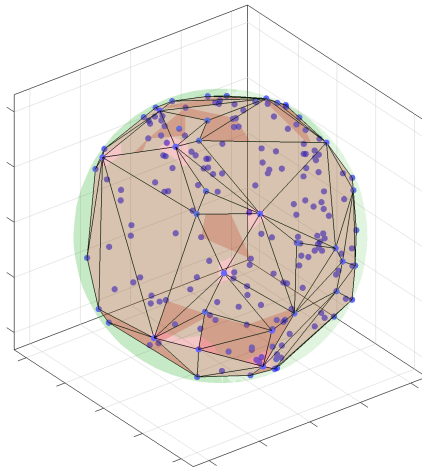
Factor de cobertura: 0.462



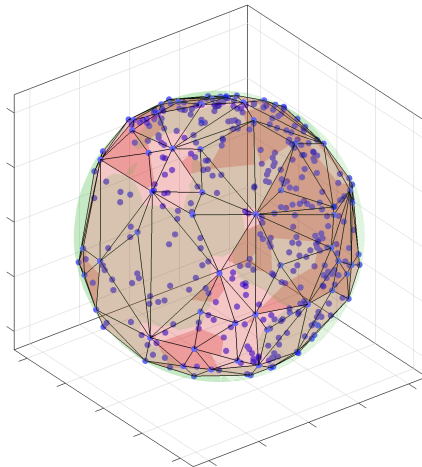
Factor de cobertura: 0.704



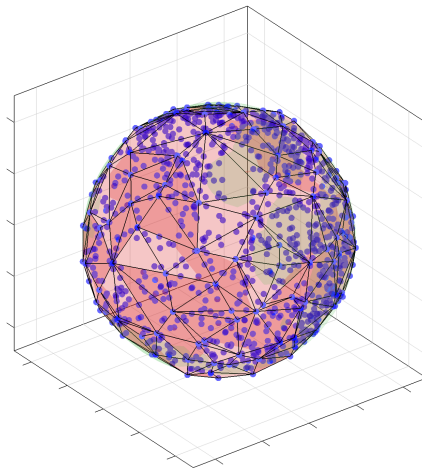
Factor de cobertura: 0.858



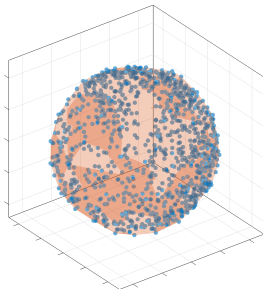
Factor de cobertura: 0.918



Factor de cobertura: 0.996

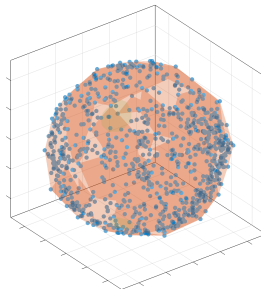


Factor de cobertura: 0.892



Cobertura del conjunto de muestras tomadas con el magnetómetro principal **RM3100**.

Factor de cobertura: 0.902



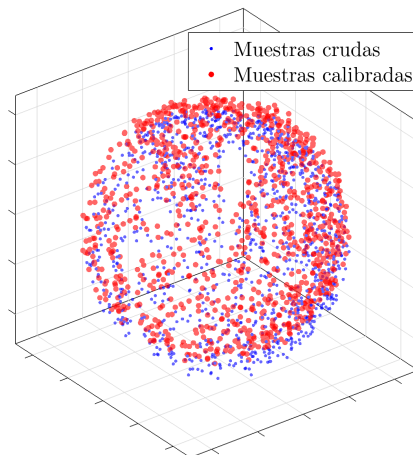
Cobertura del conjunto de muestras tomadas con el magnetómetro secundario **MMC5983**.

- 1 Introducción
- 2 Descripción del método
- 3 Validación de calidad de los datos
- 4 Resultados**

$$\mathbf{K}_c = \begin{bmatrix} 1.029 & 0 & 0 \\ 0 & 0.988 & 0 \\ 0 & 0 & 0.983 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b}_c = \begin{bmatrix} -0.824 \mu\text{T} \\ -0.548 \mu\text{T} \\ 4.168 \mu\text{T} \end{bmatrix}$$

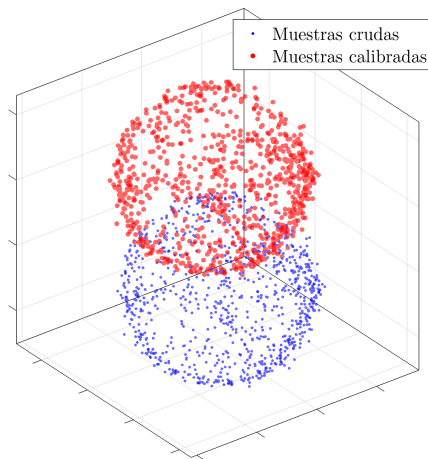
$$H_0 = 22.195 \mu\text{T}$$



$$\mathbf{K}_c = \begin{bmatrix} 1.013 & 0 & 0 \\ 0 & 0.992 & 0 \\ 0 & 0 & 0.995 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b}_c = \begin{bmatrix} 8.608 \mu\text{T} \\ 13.950 \mu\text{T} \\ 24.499 \mu\text{T} \end{bmatrix}$$

$$H_0 = 25.291 \mu\text{T}$$



- Mejores mediciones con el sensor principal.

- Mejores mediciones con el sensor principal.
- Bajo error por factor de escala.

- Mejores mediciones con el sensor principal.
- Bajo error por factor de escala.
- Error predominante en sesgos.

- Mejores mediciones con el sensor principal.
- Bajo error por factor de escala.
- Error predominante en sesgos.
- Validación del calibrado mediante ensayo con jaula de Helmholtz.

- [1] S A Botta et al. "USAT I - Avances en el Primer Satélite de la UNLP". En: VI Congreso Argentino de Ingeniería Aeronáutica (CAIA 6). Haedo, nov. de 2021. ISBN: 978-987-88- 4916-4. URL: <http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/159531>.
- [2] E. Hanisch, J. G. Vega Leañez, S. Rodríguez, E. M. López, y J. G. García, «Diseño preliminar de la OBC y el ADCS para el satélite universitario USAT1», VI Jornadas de Investigación, Transferencia, Extensión y Enseñanza (ITEE). La Plata, sep. de 2021. ISBN: 978-950-34-2049-2. URL: <http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/127860>.
- [3] F. Hu, Y. Wu, Y. Yu, J. Nie, W. Li, and Q. Gao, "An improved method for the magnetometer calibration based on ellipsoid fitting," in *2019 12th International Congress on Image and Signal Processing, BioMedical Engineering and Informatics (CISP-BMEI)*, 2019.
- [4] C. B. Barber, D. P. Dobkin, y H. Huhdanpaa, "The Quickhull algorithm for convex hulls," *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, vol. 22, n.º 4, pp. 469–483, 1996.

¡Gracias por su atención!